Quand les enchères rencontrent la vente à prix fixe … les nouvelles techniques de vente en ligne

Résumé :

Nous nous intéressons, dans cet article, à l'utilisation d'une nouvelle méthode de vente sur Internet qui consiste à vendre plusieurs biens identiques mais de deux manières différentes : par enchère et par prix fixe. Nous comparons de manière théorique, lorsque le nombre de biens identiques à vendre est égal à deux, l'espérance de revenu résultant d'une enchère uniforme, celle résultant de la vente à prix fixe et celle résultant de l'utilisation simultanée d'une enchère anglaise et d'une vente à prix fixe. Nous trouvons que ce nouveau mécanisme est préféré par le vendeur lorsque les biens sont à valeurs privées et indépendantes.

Mots clés : enchères, vente à prix fixe, e-commerce, extraction de la rente

Classification JEL : D44, L81, D42.

Abstract :

In this paper, we consider the simultaneous use of auctions and posted price selling for the sell of identical objects. It is a new selling method used by industrials on Internet. We compare in a theoretical model, when the number of object is equal to two, the seller's expected proceeds generated from a Uniform auction, those generated from a posted price selling and those generated from the simultaneous use of an English auction and a posted price selling. We find that this new mechanism is better for the seller when the values are private and independent.

Keywords : auctions, posted price selling, e-commerce, rent extraction

JEL Classification : D44, L81, D42.

Quand les enchères rencontrent la vente à prix fixe … les nouvelles techniques de vente en ligne

Résumé managérial

Le développement d'Internet a permis d'élaborer de nouveaux concepts de vente. Des sites se sont tout d'abord spécialisés dans les enchères en ligne puis, ont conçu des méthodes de vente hybrides combinant les enchères et la vente à prix fixe : les enchères accompagnées d'une option d'achat immédiat. Cette méthode permet aux acheteurs potentiels d'acheter le bien de manière instantanée à un prix fixe sans attendre la fin de l'enchère.

Depuis quelques années, les industriels de la grande distribution s'intéressent à l'utilisation parallèle des enchères et de la vente à prix fixe pour la vente de plusieurs biens identiques. Ce concept permet de vendre des biens standardisés par prix fixe dans un magasin et par enchère sur un site Internet.

C'est cette dernière méthode de vente que nous analysons dans notre article. Nous exprimons de manière théorique les espérances de profit d'une enchère uniforme, d'une vente à prix fixe et de l'utilisation parallèle d'une enchère anglaise et d'une vente à prix fixe. Puis, à l'aide de simulations numériques et d'exemples, nous concluons quant à l'efficacité de cette nouvelle procédure de vente lorsque le vendeur a uniquement deux biens à vendre.

Nos résultats dépendent des évaluations des acheteurs potentiels et nous trouvons que dans le cas de valeurs privées et indépendantes, la méthode hybride est préférée lorsque les seconde et troisième plus hautes évaluations sont très élevées. Nous ne prenons pas en compte la sensibilité au temps des agents ainsi que les éventuels coûts de stockage des objets. Ces paramètres pourraient, en effet, dans une moindre mesure, modifier nos résultats.

Introduction

Du troc au commerce électronique, diverses techniques de vente – négociation, enchères, vente à prix fixe – se sont succédées au cours des siècles pour enfin cohabiter. La négociation, à travers le troc, fut le premier moyen d’échange utilisé par nos ancêtres. A l’inverse, la vente à prix fixe, qui est de nos jours la méthode de vente prédominante, s’est principalement développée au XIXe siècle avec l'ouverture des grands magasins. Les ventes aux enchères, quant à elles, étaient déjà utilisées en 500 avant J.C. par la civilisation babylonienne. Il existe plusieurs types d’enchères : les enchères orales et les enchères écrites (ou appels d'offres).

Les procédures orales regroupent plusieurs formes d'attribution. La plus utilisée dans les salles des ventes est l'enchère anglaise ou enchère ascendante. L'élimination des agents se fait au fur et à mesure d’un processus séquentiel d'augmentation des offres, le bien étant attribué au dernier acheteur restant en lice à un prix égal à la dernière offre annoncée. Lorsque l’augmentation minimale entre deux offres tend vers zéro, le prix payé est égal à l’offre du second plus offrant. L'enchère hollandaise, également désignée par enchère descendante est très utilisée pour la vente de certains produits agricoles. Le commissaire-priseur annonce un prix élevé qu'il diminue progressivement jusqu'à ce qu'un participant réclame l'objet à vendre ; le bien est attribué au plus offrant qui paie un prix égal à son offre.

Les enchères écrites désignent les procédures d'attribution sous plis scellés. Elles se sont développées vers le milieu de XIVe siècle pour l'approvisionnement des administrations publiques françaises. On distingue : l'appel d'offres au premier prix et l'appel d'offres au deuxième prix. Dans le premier, comme dans l'enchère hollandaise, le meilleur offreur gagne l'enchère et doit payer le montant exact de son offre. Lorsque q unités sont à vendre à n acquéreurs potentiels avec $n>q$, l'enchère est dite discriminatoire : les q unités sont attribuées aux q plus offrants au prix de leur offre. Dans l'enchère de Vickrey ou appel d'offres au second prix, le gagnant ayant soumis la meilleure offre doit, comme dans l'enchère anglaise, payer non pas le prix qu'il a offert, mais le deuxième meilleur prix offert pour l'objet à vendre. Quand il y a q unités et n acquéreurs potentiels avec $n>q$, les q unités sont attribuées aux q plus offrants au prix du $(q+1)ième$ acheteur, si chacun demande une seule unité ; cette sorte d'enchère est appelée uniforme ou concurrentielle.

Depuis quelques années, l'explosion du commerce en ligne a vu apparaître de nouvelles techniques de vente combinant les méthodes de vente traditionnelles. Les enchères et la vente à prix fixe sont les deux méthodes principalement concernées. Nous avons recensé les enchères accompagnées d'un prix d'achat immédiat et l'utilisation simultanée des enchères et de la vente à prix fixe.

Dans cet article, nous allons, dans un premier temps, recenser la littérature sur ce sujet et déterminer sous quelles hypothèses les méthodes hybrides sont plus efficaces pour le vendeur. Les modèles inventoriés ont des cadres d'analyse différents, d'où la nécessité de les classer selon le nombre d'offreurs, le type de biens à vendre – biens à valeurs privées et indépendantes, à valeurs corrélées ou à valeur commune – ou encore l'aversion au risque des agents.
Dans un second temps, nous apporterons notre contribution en étudiant à l'aide d'un modèle théorique l'utilisation en parallèle d'une enchère anglaise et d'une vente à prix fixe pour la vente de biens en quantité limitée, en l'occurrence, nous supposons qu'uniquement deux biens sont à vendre. En effet, aucune étude n'analyse l'utilisation simultanée des enchères et de la vente à prix fixe en cas de rationnement. Nous supposons également que les agents ont des évaluations privées et indépendantes. Chaque acheteur potentiel attribue au bien une valeur qui n'est nullement influencée par les évaluations de ses concurrents et chacun connaît sa propre évaluation mais n'a qu'une connaissance statistique sur les évaluations des autres. Nous déterminons, tout d'abord, les espérances de profit lorsque le vendeur utilise pour vendre ses deux unités de bien : un prix fixe, une enchère uniforme et la combinaison d'un prix fixe et d'une enchère anglaise. Puis, nous comparons ces espérances de profit et nous concluons à l'aide de simulations numériques sur les avantages de telle ou telle procédure.

Les nouvelles techniques de vente combinant les enchères et la vente à prix fixe

Deux nouvelles méthodes de vente combinant les enchères et la vente à prix fixe ont fait leur apparition sur la toile. Il y a l'enchère accompagnée d'une option d'achat immédiat et l'utilisation de manière parallèle des enchères et de la vente à prix fixe. Nous allons, dans cette première section, relater les résultats de la littérature. L'étude concerne à la fois le design des procédures et les possibilités stratégiques des acheteurs et des vendeurs.

L'enchère accompagnée d'une option d'achat immédiat

De plus en plus d'objets vendus par enchères électroniques sont accompagnés d'une option d'achat immédiat – buy price option. Cette option permet au vendeur de fixer un prix auquel les acquéreurs éventuels peuvent acheter le bien à tout moment et mettre fin à l'enchère. Deux principales versions sont recensées sur la toile pour la vente de biens de manière séquentielle. Une première version est proposée par Yahoo[1] et une seconde par eBay[2]. Avec la version de Yahoo, l'option reste durant toute la durée de l'enchère alors qu'avec la version d'eBay, elle disparaît lorsque la première offre est annoncée. La première version est dite permanente alors que la deuxième est dite temporaire.

- **L'option d'achat immédiat permanente**

En 1999, Yahoo, leader des enchères électroniques au Japon, introduisit l'option d'achat immédiat nommée "buy-now" pour ses enchères ascendantes. Cette option permet au vendeur de fixer un prix maximum pour le bien et autorise un agent potentiel à acheter ce bien à ce prix, à n'importe quel moment durant l'enchère. Amazon.com appelle ce mécanisme un "take-it price" et Overstock.com l'appelle un "Make it Mine". Maintenant, environ 66 % des mises en vente sur le site de Yahoo utilisent un prix d'achat immédiat.

[1] Voir le site, http://auctions.yahoo.com/phtml/auc/us/promo/buynow.html
[2] Voir le site, http://pages.ebay.com/services/buyandsell/buyitnow.html

Ce processus a également inspiré les sites de recrutement sur Internet : jobdealer.net et jobdiscount.net ont proposé des offres d'emplois avec clauses d'enchères inversées. Cette mesure consistait à accorder un emploi au salarié qui acceptait le salaire le plus bas tout en respectant la limite autorisée : le SMIC. Cette procédure est maintenant interdite en France depuis avril 2006 – article L121-10 du Code du travail.

Reynolds et al. (9) montrent que l'introduction d'une option permanente augmente le revenu du vendeur lorsque les offreurs sont averses au risque. Lorsque les offreurs deviennent averses au risque et les offres sont faibles, l'option n'est pas acceptée, ce qui implique un meilleur revenu pour le vendeur. De plus, lorsque tous les agents sont neutres au risque, le revenu du vendeur augmente tant que l'option n'est pas acceptée.

- **L'option d'achat immédiat temporaire**

En 2000, eBay, leader des enchères électroniques aux Etats-Unis, mit en place une autre version de l'option d'achat immédiat nommée "buy-it-now". Le site uBid appelle ce mécanisme un "UBuy it". A la différence du mécanisme de Yahoo, eBay autorise les offreurs à sélectionner le prix d'achat seulement avant le commencement de l'enchère i.e. avant qu'aucune offre ne soit soumise ou dans le cas d'une enchère avec un prix de réserve, avant que les offres n'atteignent le prix de réserve. Environ 40 % des mises en vente sur eBay emploient un prix d'achat et ce prix est accepté dans 43 % des cas.

Reynolds et al. (9) montrent que cette option temporaire accroît le revenu du vendeur dans deux cas. Tout d'abord, lorsqu'elle est rejetée par tous les offreurs et que ceux-ci sont neutres au risque et ensuite, lorsqu'elle est acceptée par tous les offreurs et que ceux-ci sont averses au risque. De plus, le revenu du vendeur s'accroît au fur et à mesure que les agents deviennent averses au risque.

- **Comparaison des formats de Yahoo et d'eBay**

Une enchère ascendante a pour but de faire croître les ordres des acheteurs potentiels. Mettre une limite à ces offres (comme l'enchère de Yahoo) ou offrir un prix fixe au commencement de l'enchère (comme l'enchère d'eBay) devraient sembler réduire l'espérance de profit du vendeur. Néanmoins, ces procédures améliorent le profit du vendeur par rapport à d'autres procédures notamment lorsque les futurs acquéreurs sont averses au risque.

Budish & Takeyama (9) montrent, dans un modèle théorique, que lorsque les futurs acquéreurs sont averses au risque et ont des évaluations très dispersées, une enchère anglaise avec un prix d'achat immédiat permanent améliore le profit du vendeur par rapport à une enchère hollandaise et à un appel d'offres au premier prix. Cependant, leur résultat est limité puisque leur modèle ne comprend seulement que deux offreurs : l'un avec une évaluation faible et l'autre avec une évaluation élevée.

En élargissant le modèle à *n* acheteurs éventuels, les résultats obtenus ne sont toutefois pas différents. Hidvégi et al. (6) démontrent que lorsque chaque partie est averse au risque, une enchère avec un prix d'achat immédiat est strictement meilleure pour le vendeur. Cependant, le modèle ne prend pas en compte le coût d'attente des acquéreurs éventuels.

Une option d'achat immédiat a également intérêt à être utilisée lors de ventes séquentielles (7). Lorsque deux offreurs neutres au risque avec une demande multi-unitaire font face à deux enchères séquentielles d'un seul bien chacune, le vendeur peut avoir intérêt à utiliser une option d'achat immédiat temporaire dans la deuxième enchère puisque le processus de révélation d'informations s'opère lors de la première enchère.

Gallien et Gupta (5) comparent à l'aide de simulations numériques les prix d'achat immédiat et temporaire. D'une manière générale, lorsque les offreurs sont sensibles au temps, le vendeur peut significativement augmenter son utilité en introduisant une option d'achat immédiat. Cependant, un prix dynamique ne produit pas un meilleur profit qu'un prix statique. De plus, bien que l'option permanente fournit un revenu supérieur à l'option temporaire, l'option permanente fournit des incitations pour des offres tardives et donc n'est pas toujours désirable.

Bose et Daripa (1) montrent que le mécanisme optimal est une enchère avec une option d'achat immédiat temporaire dans un environnement particulier. Les auteurs considèrent un vendeur ayant la possibilité de vendre un bien par prix fixe dans un magasin et en cas de non vente, par enchère en ligne. Le jeu est donc à deux étapes. Le vendeur a donc deux lieux de vente différents et deux méthodes de vente différentes. Ici, le jeu se déroule séquentiellement. Leur modèle suppose des agents et un vendeur neutre au risque et un coût supplémentaire lors de la vente en ligne.

L'utilisation parallèle des enchères et de la vente à prix fixe

La technique de vente la plus récente consiste à vendre un même produit de deux manières différentes, en l'occurrence les enchères et la vente à prix fixe, en même temps *via* Internet. L'entreprise IBM offre, par exemple, des produits sur eBay et les vend à prix fixe sur son site Internet. Très peu d'études se sont pour le moment intéressées à l'utilisation simultanée des enchères et de la vente à prix fixe. Les plus importantes sont celles de : Etzion et al. (4), Sun (9) et Caldentey & Vulcano (3).

Etzion et al. (4) analysent, à l'aide de simulations numériques, cette nouvelle méthode. Dans leur modèle, les acquéreurs éventuels ont le choix entre une enchère au second prix et un prix fixe. En cas de perte lors de l'appel d'offres, ils peuvent acheter le bien à prix fixe ; le nombre de biens à vendre avec cette dernière méthode étant illimité. Les auteurs déterminent donc dans leur modèle, le prix fixe optimal, la durée optimale de l'enchère ainsi que la quantité optimale de biens à vendre lors de l'appel d'offres. Ils montrent que le vendeur a deux stratégies possibles pour améliorer son espérance de revenu. La première est de mettre en place des enchères d'une unité et de diminuer leur durée lorsque le taux d'arrivée des consommateurs s'accroît. La seconde est de mettre en place de longues enchères et d'augmenter la quantité à vendre lorsque le taux d'arrivée des consommateurs croît.
Cette méthode permet à l'entreprise de contrôler simultanément et sans coût l'évolution des marchés. Les positions sur cette nouvelle méthode sont encore partagées. Caldentey et Vulcano (3) observent des situations où la vente à prix fixe est optimale. Ils considèrent aussi le cas où les deux méthodes ne seraient pas offertes par la même entreprise. Enfin, pour Sun (9), il n'y a pas de méthode réellement dominante : le choix dépend de nombreux paramètres tels que les coûts subis par le vendeur et le facteur d'escompte du consommateur.

Analyse de l’utilisation simultanée des enchères et de la vente à prix fixe pour la vente de deux biens identiques

Notre analyse va se concentrer sur l’utilisation simultanée d’une enchère anglaise et d’une vente à prix fixe. Nous supposerons que les méthodes de vente sont accessibles sur le même site Internet ; le vendeur met donc en place les deux procédures de vente. Notre analyse va se situer dans un contexte de rationnement, seulement deux biens sont à vendre. Nous considérons que les acheteurs potentiels possèdent des évaluations privées et indépendantes sur la valeur des biens à vendre. Le vendeur ne subit ni de coût supplémentaire de mise en place de l'un ou l'autre des mécanismes ni de coût d'attente des acheteurs.

Les hypothèses

Un vendeur a deux unités identiques d'un bien indivisible à valeur privée et indépendante à vendre. Sa valeur de réservation est nulle pour les deux unités, il n'y a aucun coût de production. Le vendeur a le choix entre trois méthodes de vente : l'enchère uniforme, la vente à prix fixe et l'utilisation simultanée d'une enchère anglaise et de la vente à prix fixe. On suppose que chaque acquéreur éventuel i a une évaluation privée et indépendante $\boldsymbol{a}_i$ pour les biens à vendre, distribuée $\forall i$ selon la fonction de répartition F, de fonction de densité f, définie sur le support $[\underline{\boldsymbol{a}}, \overline{\boldsymbol{a}}]$. Chaque agent désire acquérir au plus une unité de bien. Le vendeur et les acquéreurs intéressés sont neutres au risque. On désigne par p, le prix lors de la vente à prix fixe. Pour l'enchère uniforme, on distinguera le cas où il fixe un prix de réserve r, du cas où il n'en fixe pas.

La vente à prix fixe

On conjecture que le vendeur fixe un prix p constant pour les deux unités à vendre. Selon Wang (10), le prix fixe optimal peut devenir variable si l'hypothèse des valeurs privées et indépendantes ou l'hypothèse des arrivées selon un processus de Poisson sont violées.

L'expression explicitant l'espérance de profit du vendeur se décompose en deux parties. La première partie caractérise le cas où seulement un seul agent a une évaluation privée supérieure ou égale au prix fixe *p*. La seconde partie caractérise le cas où au moins deux agents ont une évaluation supérieure ou égale à *p*. Le profit espéré du vendeur s'écrit donc :

$$\pi^p = p.n.[1 - F(p)].[F(p)]^{n-1} + 2p.(1 + (n-1).F^n(p) - n.F^{n-1}(p))$$

Cette espérance de profit est une fonction croissante avec le nombre d'acheteurs potentiels *n*, *n* appartenant à l'ensemble des entiers naturels excepté 0. Le prix fixe optimal maximise cette espérance de profit et vérifie les conditions suivantes :

$$\partial\pi^p/\partial p^* = 0 \; et \; \partial^2\pi^p/\partial p^{*2} \leq 0, \quad avec \; p^* \in [\underline{a}, \overline{a}].$$

Ce prix fixe optimal est une fonction croissante avec *n*, lorsque $n \geqslant 2$. Avec une loi uniforme sur [0,1], *F(p)=p*. L'espérance de profit du vendeur est :

$$\pi^P = p.(2 + (n-2).p^n - n.p^{n-1})$$

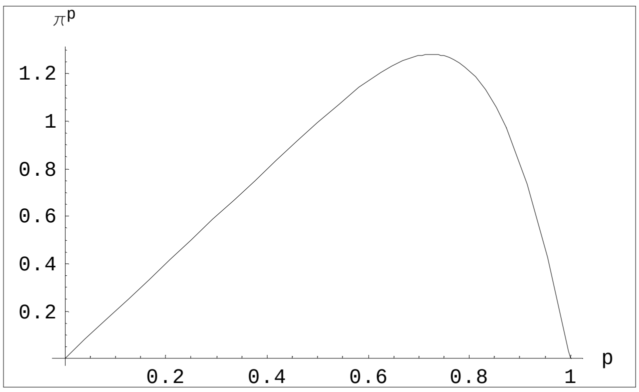
La condition de premier ordre est :

$$\partial\pi^P/\partial p = 2 + (n+1).(n-2).p^n - n^2.p^{n-1}$$

Lorsque *n*=10, $p^* \simeq 0.7248$. La figure 1 représente graphiquement l'espérance de profit du vendeur pour $p \in [0,1]$.

Figure 1

Espérance de profit avec la vente à prix fixe lorsque *n*=10



L'enchère uniforme

Dans ce type d'adjudication, l'agent avec la meilleure évaluation et l'agent avec la seconde meilleure évaluation gagnent l'enchère et paient le prix de la troisième meilleure évaluation. Nous distinguons deux sous-cas : tout d'abord lorsque le vendeur ne fixe pas de prix de réserve puis, lorsqu'il en fixe un, noté *r*.

- **L'enchère uniforme sans prix de réserve**

Le vendeur vend ici ses deux unités sans établir un prix minimum, le prix payé par les deux agents est égal à la troisième meilleure évaluation. L'espérance mathématique de la troisième meilleure évaluation sur le support $[\underline{a}, \overline{a}]$ s'écrit :

$$\int_{\underline{a}}^{\overline{a}} a.\left(\frac{n.(n-1).(n-2)}{2!}.[F(a)]^{n-3}.[1-F(a)]^2.f(a)\right) da$$

Deux biens étant à vendre, le profit espéré du vendeur avec une enchère uniforme se note ainsi :

$$\begin{aligned}\pi^E(n) &= \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} 2a.\left(\frac{n.(n-1).(n-2)}{2!}.[F(a)]^{n-3}.[1-F(a)]^2.f(a)\right) da \\ &= n.(n-1).(n-2).\int_{\underline{a}}^{\overline{a}} a.[F(a)]^{n-3}.[1-F(a)]^2\, dF(a)\end{aligned}$$

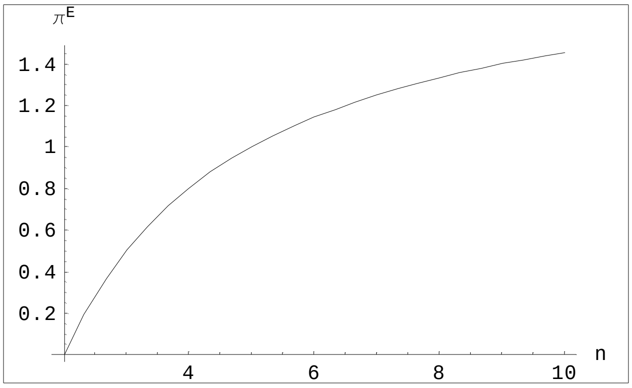
Avec une loi uniforme sur [0,1]. L'espérance de profit du vendeur est :

$$\begin{aligned}\pi^E(n) &= n.(n-1).(n-2).\int_0^1 (a)^{n-2}.[1-a]^2 da \\ &= n.(n-1).(n-2).\int_0^1 (a)^{n-2} da + n.(n-1).(n-2).\int_0^1 (a)^n da - \\ &\quad 2n.(n-1).(n-2).\int_0^1 (a)^{n-1} da \\ &= \frac{2n-4}{(n+1)}\end{aligned}$$

On a : $\partial\pi(n)/\partial n=(6/((n+1)^2))\geqslant 0$; l'espérance de profit du vendeur est ainsi une fonction croissante avec le nombre de participants. Lorsque $n \geqslant 2$, on peut représenter graphiquement le profit (figure 2).

Figure 2

Espérance de profit avec une enchère uniforme sans prix de réserve



- **L'enchère avec prix de réserve**

Déterminons maintenant l'espérance de profit du vendeur lorsqu'il fixe un prix de réserve *r*. Cette espérance de profit va se décomposer en quatre parties selon la position du prix de réserve sur l'échelle des évaluations des acheteurs potentiels. On suppose que l'ordre statistique des *n* évaluations est :

$$a_{(n)} < a_{(n-1)} <\ldots< a_{(2)} < a_{(1)}$$

Les quatre possibilités sont les suivantes :

- $a_{(n)} <\ldots < a_{(1)} < r$
- $a_{(n)} <\ldots< a_{(2)} < r \leq a_{(1)}$
- $a_{(n)} <\ldots< r \leq a_{(2)} \leq a_{(1)}$
- $r < a_{(i)}$, avec $i \geq 3$

La première possibilité représente le cas où le vendeur fixe un prix de réserve supérieur à la meilleure évaluation. Dans ce cas, il n'y a pas de vente et le profit est par conséquent nul.

Dans la seconde situation, le prix de réserve est à la fois inférieur ou égal à la meilleure évaluation et supérieur à la seconde. Ici, un seul bien va être vendu au prix : *r*.

La troisième possibilité correspond au cas où la meilleure et la seconde meilleure évaluation sont supérieures ou égales au prix de réserve. Les deux biens vont donc être vendus au prix : *r*.

Le dernier cas exprime les situations où le prix de réserve est inférieur ou égal à la troisième meilleure évaluation. Le prix payé par les deux agents gagnants est donc égal à la troisième meilleure évaluation, le prix de réserve n'a aucun effet sur l'enchère.

Par conséquent, le profit espéré du vendeur avec une enchère uniforme et un prix de réserve *r* se modélise par la somme de ces quatre possibilités. On a ainsi :

$$\begin{aligned}\pi^A(n) = {} & r.(n.(1-F(r)).F^{n-1}(r)) + 2r.\left(\frac{n(n-1)}{2}.[1-F(r)]^2.[F(r)]^{n-2}\right) + \\ & n.(n-1).(n-2).\int_r^{\overline{a}} a.[F(a)]^{n-3}.[1-F(a)]^2\, dF(a) \\ = {} & nr.[(1-F(r)).F^{n-1}(r) + (n-1).(1-F(r))^2.F^{n-2}(r)] + \\ & n.(n-1).(n-2).\int_r^{\overline{a}} a.[F(a)]^{n-3}.[1-F(a)]^2\, dF(a)\end{aligned}$$

Avec une loi uniforme sur [0,1] et un nombre d'acquéreurs potentiels égal à n=10. L'espérance de profit du vendeur est par conséquent :

$$\pi^A(10) = \tfrac{2}{11}.(80.r^{11} - 143.r^{10} + 55.r^9 + 8)$$

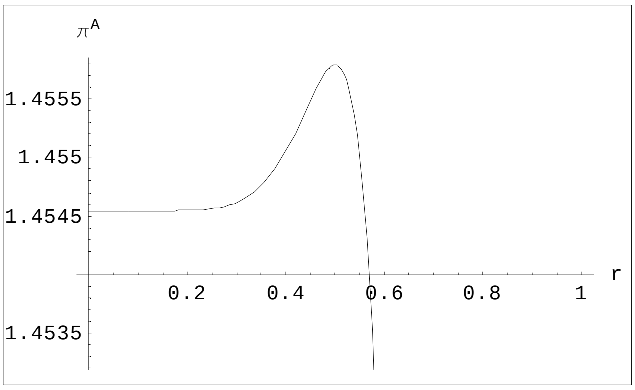
La dérivée est :

$$\partial\pi^A(10)/\partial r = 160.r^{10} - 260.r^9 + 90.r^8$$

Le prix de réserve optimal est donc : r^*=0.5. Graphiquement, la figure 3 représente le profit dans cette situation.

Figure 3

Espérance de profit d'une enchère uniforme avec prix de réserve lorsque *n*=10



L'utilisation parallèle de l'enchère anglaise et de la vente à prix fixe

Avec cette procédure, le vendeur propose une unité de bien à un prix fixe *p* et met en place une enchère anglaise pour l'autre unité. Nous sommes ainsi dans un contexte de rationnement.

Il y a deux étapes dans ce jeu :

- 1ère étape du jeu : les acheteurs potentiels choisissent la méthode de vente à laquelle ils désirent participer : enchère anglaise ou prix fixe.
- 2ème étape du jeu : Le premier agent choisissant la méthode du prix fixe acquiert l'objet au prix *p*. Les autres n'ont donc plus le choix et participent tous à l'enchère anglaise.

Il y a deux catégories de consommateurs :

- les agents avec une valeur inférieure au prix fixe *p* ;
- les agents avec une valeur supérieure ou égale à *p*.

Nous supposons qu'il y a *n* agents et que la proportion d'agents avec une évaluation supérieure ou égale à *p* est : *m*. Donc *m* agents ont une valeur supérieure ou égale à *p*.

Tous les agents avec une valeur inférieure ou égale à p vont participer à l'enchère. Leur stratégie est d'annoncer un prix égal à leur évaluation. A l'inverse, les consommateurs avec une évaluation élevée ont le choix entre le prix fixe et l'enchère jusqu'à ce que le bien soit vendu. Après cet échange, tous les agents devront participer à l'enchère.

Dans le modèle d'Etzion et al. (4), la stratégie des agents avec une évaluation élevée est d'annoncer un prix égal à p puisque le nombre de biens à vendre est infini. Dans notre modèle, le nombre de biens est limité, nous sommes dans un contexte de rationnement, donc les stratégies sont différentes. Ainsi nous pouvons distinguer deux stratégies :

- Lorsque les agents ont le choix entre les deux méthodes de vente, il existe une valeur $\tilde{a} \in [p, \bar{a}]$ qui détermine quand l'une ou l'autre des méthodes est préférée. C'est la même valeur pour tous les agents. Nous définissons cette règle par :
    - si une évaluation $a_i \in [p, \tilde{a}[$ alors le prix fixe est choisi[3],
    - si une évaluation $a_i \in [\tilde{a}, \bar{a}]$ alors l'enchère anglaise est choisie.

- Lorsque les agents n'ont plus le choix, ils participent tous à l'enchère. Leur offre est égale à leur valeur privée a_i pour le bien. Leur offre est distribuée sur le support $[p, \bar{a}]$.

L'ordre d'arrivée des agents sur le site peut changer les gains potentiels du vendeur. Donc, pour déterminer la probabilité qu'un agent arrive avant ou après un autre, nous supposons que les agents arrivent selon un processus de Poisson de paramètre t.
Selon les propriétés du processus de Poisson, la durée d'arrivée d'un acheteur potentiel suit une loi uniforme sur [0,t]. La durée d'arrivée a, en effet, la même distribution qu'une variable aléatoire indépendante et identiquement distribuée selon une loi uniforme sur le support [0,t].
Ainsi, la probabilité qu'un agent arrive sur le site avant un autre est : (1/2) et plus généralement, la probabilité qu'un agent arrive sur le site avant k autres agents est : $(1/((k+1)))$.

[3] De manière intuitive, on peut penser que les agents avec une valeur proche de p i.e. $p+\varepsilon$ avec $\varepsilon \rightarrow 0$ préfèreront le prix fixe en particulier, quand les biens ont une valeur faible et quand les agents ont une haute valeur du temps.

Le profit du vendeur se divise donc en plusieurs cas :

- $a_{(2)}$ si personne n'a une valeur plus grande que p,

- $a_{(2)}.(1-F(\tilde{a}))+(p+a_{(3)}).F(\tilde{a})$ si seulement un agent a une valeur plus grande que p,

- $a_{(2)}.(1-F(\tilde{a}))^2+(p+a_{(3)}).[F^2(\tilde{a})+F(\tilde{a}).(1-F(\tilde{a}))]$ si exactement deux agents ont une valeur plus grande que p,

- $a_{(2)}.(1-F(\tilde{a}))^m+(p+a_{(3)}).\left[\frac{2.F^m(\tilde{a})}{m}+\frac{F^{m-1}(\tilde{a}).(1-F(\tilde{a}))}{(m-1)}\right]+(p+a_{(2)}).$ $\left[\sum_{j=1}^{(m-2)}\left(\sum_{k=j}^{m}\frac{1}{k}.F^k(\tilde{a}).(1-F(\tilde{a}))^{m-k}\right)\right]$, si $m \geq 3$ i.e. si au moins trois agents ont une valeur plus grande que p.

On peut définir les probabilités suivantes :

- la probabilité que personne n'ait une valeur plus grande que p est : $F^n(p)$,
- la probabilité qu'un seul agent ait une valeur plus grande que p est : $n.(1-F(p)).F^{(n-1)}(p)$,
- la probabilité que deux agents aient une valeur plus grande que p est : $\frac{n.(n-1)}{2}.(1-F(p))^2.F^{(n-2)}(p)$,
- la probabilité que $m \geq 3$ est : $\sum_{m=3}^{n} C_n^m(1-F(p))^m.F^{(n-m)}(p)$.

Le profit espéré avec l'utilisation en parallèle des enchères et de la vente à prix fixe est :

$$\pi^U = a_{(2)}.F^n(p)+n.(1-F(p)).F^{(n-1)}(p).(a_{(2)}.(1-F(\tilde{a}))+(p+a_{(3)}).F(\tilde{a}))+$$

$$\frac{n.(n-1)}{2}.(1-F(p))^2.F^{(n-2)}(p).$$

$$(a_{(2)}.(1-F(\tilde{a}))^2+(p+a_{(3)}).[F^2(\tilde{a})+F(\tilde{a}).(1-F(\tilde{a}))])$$

$$+\left(\sum_{m=3}^{n} C_n^m(1-F(p))^m.F^{(n-m)}(p)\right).\{a_{(2)}.(1-F(\tilde{a}))^m+(p+a_{(3)}).$$

$$\left[\frac{2.F^m(\tilde{a})}{m}+\frac{F^{m-1}(\tilde{a}).(1-F(\tilde{a}))}{(m-1)}\right]+(p+a_{(2)}).$$

$$\left[\sum_{j=1}^{(m-2)}\left(\sum_{k=j}^{m}\frac{1}{k}.F^k(\tilde{a}).(1-F(\tilde{a}))^{m-k}\right)\right]\}$$

Avec une loi uniforme sur [0,1], le profit du vendeur devient :

$$\pi^U = a_{(2)}.p^n + n.(1-p).p^{(n-1)}.(a_{(2)}.(1-\widetilde{a}) + (p + a_{(3)}).\widetilde{a}) +$$

$$\frac{n.(n-1)}{2}.(1-p)^2.p^{(n-2)}.(a_{(2)}.(1-\widetilde{a})^2 + (p + a_{(3)}).[\widetilde{a}^2 + \widetilde{a}.(1-\widetilde{a})])$$

$$+\left(\sum_{m=3}^{n} C_n^m (1-p)^m.p^{(n-m)}\right).\{a_{(2)}.(1-\widetilde{a})^m + (p + a_{(3)}).$$

$$\left[\frac{2.\widetilde{a}^m}{m} + \frac{\widetilde{a}^{(m-1)}.(1-\widetilde{a})}{(m-1)}\right] + (p + a_{(2)}).\left[\sum_{j=1}^{(m-2)}\left(\sum_{k=j}^{m}\frac{1}{k}.\widetilde{a}^k.(1-\widetilde{a})^{m-k}\right)\right]\}$$

Déterminons quelques propriétés du profit :

L'espérance de profit du vendeur lorsqu'il combine une enchère et une vente à prix fixe est :

- une fonction décroissante avec le prix fixe p,
- une fonction croissante avec l'évaluation $a_{(2)}$,
- une fonction croissante avec l'évaluation $a_{(3)}$.

Le prix fixe optimal p^* est :

- une fonction décroissante avec $\tilde{a}$,
- une fonction croissante avec $a_{(2)}$,
- une fonction décroissante avec $a_{(3)}$.

Nous sommes maintenant prêts à comparer les trois méthodes de vente. Dans la section suivante, nous comparons les méthodes de vente deux à deux. Nous supposons, pour l'enchère uniforme que le vendeur peut fixer un prix de réserve. Nous ne ferons pas cette hypothèse pour le mécanisme hybride.

Comparaison entre les trois mécanismes

Dans les trois sections précédentes, nous avons caractérisé les espérances de revenu du vendeur avec une enchère uniforme, un prix fixe et l'utilisation en parallèle d'une enchère anglaise et d'un prix fixe. Dans cette section, nous allons maintenant comparer ces trois méthodes de vente : nous commencerons par la comparaison entre l'enchère uniforme et la vente à prix fixe puis, nous considérerons le prix fixe et le mécanisme hybride et enfin, nous comparerons l'enchère uniforme et le mécanisme hybride.

- **Enchère uniforme sans prix de réserve Vs. prix fixe**

Lorsque la distribution est uniforme sur [0,1], la vente à prix fixe est choisie par le vendeur quand $n<5$ et *vice versa* lorsque $n \geqslant 5$, l'enchère est choisie. En effet, le prix fixe optimal est une fonction croissante avec *n*. Nous avons les résultats suivants :

Si $n = 1,\ p^* = 1/2$ et $\pi^P - \pi^E = 1.25 \geq 0$;
si $n = 2,\ p^* = 1/2$ et $\pi^P - \pi^E = 1/2 \geq 0$;
si $n = 3,\ p^* \simeq 0.54$ et $\pi^P - \pi^E \simeq 0.19 \geq 0$;
si $n = 4,\ p^* \simeq 0.58$ et $\pi^P - \pi^E \simeq 0.039 \geq 0$;
si $n = 5,\ p^* \simeq 0.612$ et $\pi^P - \pi^E \simeq -0.048 < 0$;
Ainsi, nous avons $\pi^P - \pi^E \geq 0 \iff n < 5$ et vice versa.

- **Enchère uniforme avec prix de réserve Vs. Vente à prix fixe**

Avec une distribution uniforme sur [0,1], nous avons les résultats suivants :
-pour $n<3$, la vente à prix fixe et l'enchère génèrent le même revenu ;
- pour $n \geqslant 3$, l'enchère est choisie par le vendeur.

Ainsi, la supériorité d'un mécanisme sur un autre dépend donc du nombre d'acheteurs potentiels. En effet, le prix fixe optimal p^* est une fonction croissante avec *n*. Ainsi,

Quand $n = 1,\ p^* = 1/2$ et $\pi^P - \pi^A = 0$;
quand $n = 2,\ p^* = 1/2$ et $\pi^P - \pi^A = 0$;
quand $n = 3,\ p^* = 0{,}540877$ et $\pi^P - \pi^A = -0{,}026109 < 0$.

Plus généralement, la différence entre les deux espérances de revenu est une fonction décroissante avec *n* quand $n<15$ et une fonction croissante avec *n* quand $n \geqslant 15$.
Lorsque *n* tend vers l'infini, p^* tend vers 1 et la différence entre les deux espérances de revenu est toujours négative et tend vers zéro.

- **Vente à prix fixe Vs. Mécanisme hybride**

Avec une loi sur [0,1], lorsque les valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ sont égales à : 0.1, 0.5 ou 0.9, le vendeur choisit le mécanisme hybride lorsque les valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ sont moyennes et élevées. Plus le nombre de participants s'accroît, plus le prix fixe est préféré sauf pour des valeurs de $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ élevées.
En Annexe, nous déterminons le revenu du vendeur résultant du mécanisme hybride lorsque les valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ sont égales à : 0.1, 0.5 ou 0.9. Nous définissons ici, le prix fixe optimal et le revenu en résultant.
Lorsque $n \in [0,20]$, le prix fixe optimal et le revenu résultant de la vente à prix fixe sont représentés dans le tableau 1.

Tableau 1

Espérance de profit avec la vente à prix fixe

n	Prix fixe optimal	Profit
1	0,5	0.25
2	0,5	0.5
3	0,540877	0.692641
4	0,58118	0.838617
5	0,615698	0.952431
6	0,64478	1.04375
7	0,66943	1.11879
8	0,690546	1.18168
9	0,708834	1.23524
10	0,724834	1.28149
11	0,738961	1.32187
12	0,751536	1.35748
13	0,762809	1.38915
14	0,772981	1.41752
15	0,782212	1.44311
16	0,790631	1.46631
17	798346	1.48746
18	0,805445	1.50682
19	0,812001	1.52463
20	0,818079	1.54108

- **Enchère uniforme sans prix de réserve Vs. Mécanisme hybride**

Lorsque le vendeur a le choix entre le mécanisme hybride et l'enchère uniforme sans prix de réserve, il choisit le mécanisme hybride lorsque les valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ sont moyennes et élevées. Plus le nombre d'agents s'accroît, plus l'enchère est préférée sauf pour des valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ élevées.

Lorsque $n \in [0,20]$, le profit du vendeur quand il choisit l'enchère uniforme est représenté dans le tableau 2. Pour le mécanisme hybride, les résultats sont en annexe.

Tableau 2

Espérance de profit avec une enchère uniforme

n	Profit
1	0
2	0
3	0,5
4	0,8
5	1
6	1,142857
7	1,25
8	1,33333
9	1,4
10	1,454545
11	1,5
12	1,538462
13	1,571429
14	1,6
15	1,625
16	1,647059
17	1,66666
18	1,684211
19	1,7
20	1,714286

- **Enchère uniforme avec prix de réserve Vs. Mécanisme hybride**

Ici, le vendeur choisira le mécanisme hybride quand les valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ sont moyennes et élevées. Pour trouver ce résultat, nous supposons une distribution uniforme sur [0,1], et des valeurs pour $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ égales : 0.1, 0.5 ou 0.9.

Lorsque $n \in [0,20]$, le profit du vendeur lorsqu'il choisit l'enchère uniforme avec un prix de réserve est représenté dans le tableau 3. En annexe, nous déterminons le revenu avec le mécanisme hybride.

Tableau 3

Espérance de profit d'une enchère uniforme avec un prix de réserve

n	r*	Profit
1	0,5	0,25
2	0,5	0,5
3	0,5	0,71875
4	0,5	0,9
5	0,5	1,04688
6	0,5	1,16518
7	0,5	1,26074
8	0,5	1,33854
9	0,5	1,40254
10	0,5	1,45579
11	0,5	1,50061
12	0,5	1,53876
13	0,5	1,57158
14	0,5	1,60007
15	0,5	1,62504
16	0,5	1,64708
17	0,5	1,66668
18	0,5	1,68421
19	0,5	1,7
20	0,5	1,71429

Conclusion

Cet article fournit une explication théorique au choix d'un mécanisme hybride – utilisation d'une enchère anglaise et d'une vente à prix fixe en même temps – dans un contexte de rationnement. Le rationnement change les résultats. En effet, (3), (4) et (9), trouvent que le mécanisme hybride accroît significativement le revenu du vendeur lorsque le nombre de biens est infini. Dans notre modèle, nous sommes dans un contexte de rationnement, le vendeur a seulement deux biens à vendre.

La comparaison entre la vente à prix fixe et l'enchère uniforme dépend seulement du nombre d'agents. Lorsqu'il n'y a pas de prix de réserve, la vente à prix fixe est choisie quand $n<5$. Lorsqu'il existe un prix de réserve, les deux méthodes génèrent le même revenu quand $n<3$ et quand $n \geqslant 3$ l'enchère est choisie.

La comparaison entre les trois mécanismes – enchères, vente à prix fixe et utilisation simultanée d'une enchère anglaise et d'une vente à prix fixe – dépend des évaluations privées des agents. Le mécanisme hybride est choisi par le vendeur lorsque les évaluations $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ sont moyennes et élevées. Lorsque n augmente, le mécanisme hybride est choisi pour des valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ élevées.

Références

(1) Bose S. et Daripa A. (2009), Optimal sale across venues and auctions with a buy-now option, *Economic Theory*, 38, 1, 137-168.

(2) Budish E.B. et Takeyama L.N. (2001), Buy prices in online auctions : Irrationality on the Internet ?, *Economics Letters*, 72, 325-333.

(3) Caldentey R. et Vulcano G. (2007), Online Auction and List price Revenue Management, *Management Science*, 53, 5, 795-813.

(4) Etzion H., Pinker E.J. et Seidmann A. (2006), Analyzing the Simultaneous Use of Auctions and Posted Prices for On-Line Selling, *Manufacturing & Service Operations Management*, 8, 1, 68-91.

(5) Gallien J. et Gupta S. (2007), Temporary and Permanent Buyout Prices in Online Auctions, *Management Science*, 53, 5, 814-833.

(6) Hidvégi Z., Wang W. et Whinston A.B. (2006), Buy-price English auction, *Journal of Economic Theory*, 129, 1, 31-56.

(7) Kirkegaard R. et Overgaard P.B. (2008), Buy out Prices in Auctions : Seller Competition and Multi-unit Demands, *RAND Journal of Economics*, 39, 3, 770-789.

(8) Reynolds S. et Wooders J. (2009), Auctions with a buy Price, *Economic Theory*, 38, 1, 9-39.

(9) Sun D. (2008), Dual Mechanism for an Online Retailer, *European Journal of Operational Research*, 187, 3, 903-921.

(10) Wang R. (1993), Auctions versus Posted-Price Selling, *American Economic Review*, 83, 4, 838-851.

Annexe

Ici, nous définissons le prix fixe optimal et le revenu du vendeur résultant du mécanisme hybride lorsque les valeurs $a_{(2)}$ et $a_{(3)}$ sont égales à : 0.1, 0.5 ou 0.9.

Tableau 4

Revenu du mécanisme hybride lorsque *n*=3

n	m	Valeur de $a_{(3)}$	Valeur de $a_{(2)}$	ã optimal	Prix fixe optimal	Profit
3	0	0,1	0,1	1	0,629961	0,57247
3	0	0,1	0,5	1	0,741994	0,704576
3	0	0,1	0,9	1	0,903791	0,927405
3	0	0,5	0,5	1	0,62996	0,97247
3	0	0,5	0,9	1	0,9	1,03563
3	0	0,9	0,9	1	0,9	1,1439
3	1	0,1	0,1	1	0,629961	0,57247
3	1	0,1	0,5	1	0,741994	0,704576
3	1	0,1	0,9	1	0,903791	0,927405
3	1	0,5	0,5	1	0,62996	0,97247
3	1	0,5	0,9	1	0,9	1,03563
3	1	0,9	0,9	1	0,9	1,1439
3	2	0,1	0,5	1	0,5	0,604167
3	2	0,1	0,9	1	0,9	0,927367
3	2	0,5	0,9	1	0,741995	1,10458
3	3	0,1	0,1	1	0,1	0,1999
3	3	0,1	0,5	1,74256× 10^{-7}	1,06899× 10^{-7}	0,5
3	3	0,1	0,9	2.30898× 10^{-7}	6.69608× 10^{-8}	0,9
3	3	0,5	0,5	1	0,5	0,9375
3	3	0,5	0,9	1	0,5	1,00417
3	3	0,9	0,9	1	0,62996	1,37247

Tableau 5

Revenu du mécanisme hybride lorsque *n*=4

n	m	Valeur de $a_{(3)}$	Valeur de $a_{(2)}$	ã optimal	Prix fixe optimal	Profit
4	0	0,1	0,1	1	0,66874	0,634992
4	0	0,1	0,5	1	0,75264	0,746307
4	0	0,1	0,9	1	0,90364	0,935432
4	0	0,5	0,5	1	0,66874	1,03499
4	0	0,5	0,9	1	0,9	1,07245
4	0	0,9	0,9	1	0,9	1,20951
4	1	0,1	0,1	1	0,66874	0,634992
4	1	0,1	0,5	1	0,75264	0,746307
4	1	0,1	0,9	1	0,90364	0,935432
4	1	0,5	0,5	1	0,66874	1,03499
4	1	0,5	0,9	1	0,9	1,07245
4	1	0,9	0,9	1	0,9	1,20951
4	2	0,1	0,5	1	0,5	0,639583
4	2	0,1	0,9	1	0,9	0,93539
4	2	0,5	0,9	1	0,752641	1,14631
4	3	0,1	0,1	1	0,1	0,1999
4	3	0,1	0,5	1,4448 × 10^{-11}	4,90081 × 10^{-12}	0,5
4	3	0,1	0,9	8,93939 × 10^{-12}	4,4701 × 10^{-12}	0,9
4	3	0,5	0,5	1	0,5	0,96875
4	3	0,5	0,9	1	0,5	1,03958
4	3	0,9	0,9	1	0,668738	1,4399
4	4	0,1	0,1	1	0,1	0,1999
4	4	0,1	0,5	1,77856 × 10^{-11}	5,90603 × 10^{-12}	0,5
4	4	0,1	0,9	8,93939 × 10^{-12}	4,4701 × 10^{-12}	0,9
4	4	0,5	0,5	1	0,5	0,96875
4	4	0,5	0,9	1	0,5	1,03958
4	4	0,9	0,9	1	0,668738	1,43499

Tableau 6

Revenu du mécanisme hybride lorsque *n*=5

n	m	Valeur de $\alpha_{(3)}$	Valeur de $\alpha_{(2)}$	ã optimal	Prix fixe optimal	Profit
5	0	0,1	0,1	1	0,698827	0,682356
5	0	0,1	0,5	1	0,759672	0,78208
5	0	0,1	0,9	1	0,902074	0,943311
5	0	0,5	0,5	1	0,698827	1,08236
5	0	0,5	0,9	1	0,9	1,10593
5	0	0,9	0,9	1	0,9	1,26856
5	1	0,1	0,1	1	0,698827	0,682356
5	1	0,1	0,5	1	0,759672	0,78208
5	1	0,1	0,9	1	0,902074	0,943311
5	1	0,5	0,5	1	0,698827	1,08236
5	1	0,5	0,9	1	0,9	1,10593
5	1	0,9	0,9	1	0,9	1,26856
5	2	0,1	0,5	1	0,5	0,677292
5	2	0,1	0,9	1	0,9	0,943296
5	2	0,5	0,9	1	0,759671	1,18208
5	3	0,1	0,1	1	0,1	0,199
5	3	0,1	0,5	$1{,}73367 \times 10^{-11}$	$8{,}6855 \times 10^{-12}$	0,5
5	3	0,1	0,9	$2{,}80446 \times 10^{-10}$	$1{,}3992 \times 10^{-10}$	0,9
5	3	0,5	0,5	1	0,5	0,984375
5	3	0,5	0,9	1	0,5	1,07729
5	3	0,9	0,9	1	0,698835	1,48236
5	4	0,1	0,1	1	0,1	0,1999
5	4	0,1	0,5	$1{,}73367 \times 10^{-11}$	$8{,}68555 \times 10^{-12}$	0,5
5	4	0,1	0,9	$2{,}80446 \times 10^{-10}$	$1{,}3992 \times 10^{-10}$	0,9
5	4	0,5	0,5	1	0,5	0,984375
5	4	0,5	0,9	1	0,5	1,07729
5	4	0,9	0,9	1	0,698835	1,48236
5	5	0,1	0,1	1	0,1	0,1999
5	5	0,1	0,5	$1{,}73367 \times 10^{-11}$	$8{,}6855 \times 10^{-12}$	0,5
5	5	0,1	0,9	$2{,}80446 \times 10^{-10}$	$1{,}3992 \times 10^{-10}$	0,9
5	5	0,5	0,5	1	0,5	0,984375
5	5	0,5	0,9	1	0,5	1,07729
5	5	0,9	0,9	1	0,698835	1,48236